اشتقاق نموذج رياضي للانتقال بين نظامي النجاح 50 و 60

الأستاذ الدكتور أحمد هلال الكردي
كلية الهندسة المعلوماتية، جامعة إدلب

الملخص

في هذه المقالة، نصف خوارزمية فعالة تعطي معادلة رياضية تمكننا من إيجاد العلامات المتقابلة بين نظامي النجاح **50** و **60**. تتلخص هذه الخوارزمية بإيجاد البيانات الضرورية لملاءمتها بحيث نحصل بتطبيق طريقة استيفاء على المعادلة الرياضية التي تعطي العلامة المقابلة لأي نظام إذا أعطيت علامة ما من النظام الآخر. هذه الخوارزمية ذات تطبيقات مهمة في معادلة علامات الطلاب عند الانتقال من النظام **50** إلى النظام **60**.

كلمات المفتاح: نظام النجاح **50**، نظام النجاح **60**، ملاءمة، استيفاء.

Deriving Mathematical Model for Transforming Between The Systems 50 and 60

Ahmad H. Al Kurdi

Faculty of Informatics Engineering, Idlib University

Abstract

In this paper, we describe an efficient algorithm that gives mathematical equation and enables us to find the corresponding marks between the two systems **50** and **60**. This algorithm summarizes by finding the necessary data to fit such that we obtain by applying an interpolation method on the mathematical equation. This equation gives the corresponding mark of any system if we are given a mark of another system. The proposed algorithm has many important applications in equalizing the marks of students when transforming from system **50** into system **60**.

Keywords: System **50** , System **60** , Interpolation , Fitting

1. مقدمة.

ملاءمة منحن (Curve fitting) هي عملية بناء منحن أو تابع رياضي بحيث يكون أفضل خيار لملاءمة سلسلة من نقاط معطيات (Zielesny, **2016**, **P. 81**). يمكن أن تتضمن ملاءمة منحن إما الاستيفاء (Interpolation) حيث تتطلب أن تكون الملاءمة الدقيقة للمعطيات ضرورية، أو التنعيم (smoothing) الذي يبنى فيه تابع التنعيم بشكل يلائم تقريبا المعطيات، و هذا ما ندعوه الانحدار الخطي (Regression Analysis) (Collins, **2003**, **P. 253**).

في هذه المقالة، نقدم خوارزمية فعالة لاشتقاق معادلة رياضية من الدرجة الأولى تصف العلاقة بين علامات نظامي النجاح **50** و **60** في الجامعات. تلعب هذه المعادلة دورا مهما في إعطاء العلامة الموافقة للنظام **60** إذا علمت العلامة من النظام **50**، وتنصف الطالب في الحصول على علامته الجديدة في النظام **60** دون إجحاف في التحويل.

2. أهمية البحث

في هذه المقالة، نقدم خوارزمية فعالة تصف العلاقة الرياضية بين العلامات في النظامين **50** و **60**. تلعب هذه العلاقة دورا مهما في إنصاف الطالب بحيث يحصل على العلامة الموافقة في النظام المطلوب دون إجحاف.

3. خطة البحث

تتلخص خطة البحث في هذه المقالة في عدة خطوات يمكن إيجازها في العناوين التالية:

3.1. ملاءمة منحن (Curve Fitting)

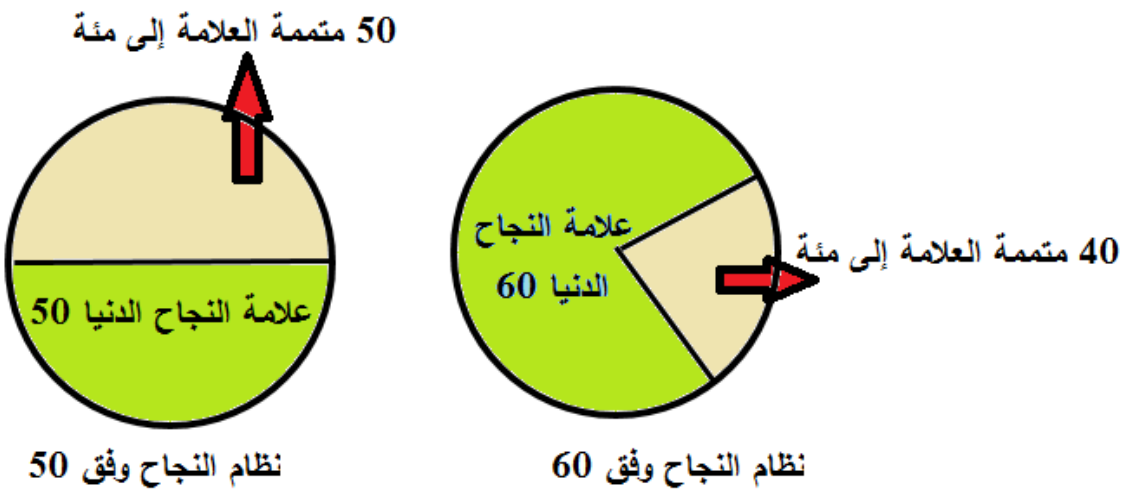
ملاءمة منحن هو إيجاد معادلة (تمثل منحن) تصف بشكل أفضل العلاقة بين معطيات y هي تابع لمتغير مستقل ما x (Epperson, **2013, P. 258**). ما نريده هو علاقة جيدة بين المنحني ($f(x)$) و نقاط المعطيات. نناقش في هذه الفقرة خوارزمية فعالة لإيجاد تابع الملاءمة بين النظامين **50** و **60** كما يلي:

الخوارزمية **(AHK)**.

نقدم فيما يلي خوارزمية فعالة تعتمد على الاستيفاء لإيجاد النموذج الرياضي الذي يعطي علاقة تحويل بين نظامي النجاح **60** و **50** والتي نرمز لها اختصارا بالرمز **AHK**. تتلخص هذه الخوارزمية بالخطوات التالية:

الخطوة 1: توضيح العلاقة بين نظامي النجاح 60 و50.

في هذه الخطوة، نعرض شكلا توضيحيا يمثل علامتي النجاح الدنيا في النظامين **60** و **50**، و متممتهما تمهيدا لاستنباط الفكرة الأساسية لملاءمة النموذج الرياضي للمعطيات التي نحن بصدد اشتقاقها:



الشكل 1. تمثيل متممتي العلامة في النظامين المدروسين 50 و 60.

الخطوة 2: اشتقاق نقاط تقسيم متممتي نظامي النجاح.

لنفرض أن هناك متغيرين x, y، التي تعطينا مجموعة مكونة من n زوجا من القيم العددية، و لتكن $(x_1,y_1),(x_2,y_2),...,(x_n,y_n)$. نحاول في هذه الفقرة، إيجاد طريقة لحساب مجموعة المعطيات و يمكن تلخيصها فيما يلي:

من الشكل 1 في الخطوة 1، نحاول اشتقاق نقاط الارتكاز الضرورية في ملاءمة التابع للمعطيات التي نحاول إيجادها تمهيدا لاستخدامها في اشتقاق المعادلة الرياضية التي تربط بين نظامي النجاح المدروسين في هذه المقالة. لدينا:

⊗ حساب متممة علامة النجاح وفق النظام **60**:

متممة العلامة وفق نظام النجاح **60** هي: **100−60=40**.

⊗ حساب متممة علامة النجاح وفق النظام **50**:

متممة العلامة وفق نظام النجاح **50** هي: **100−50=50**.

مما سبق يمكننا أن نقول:

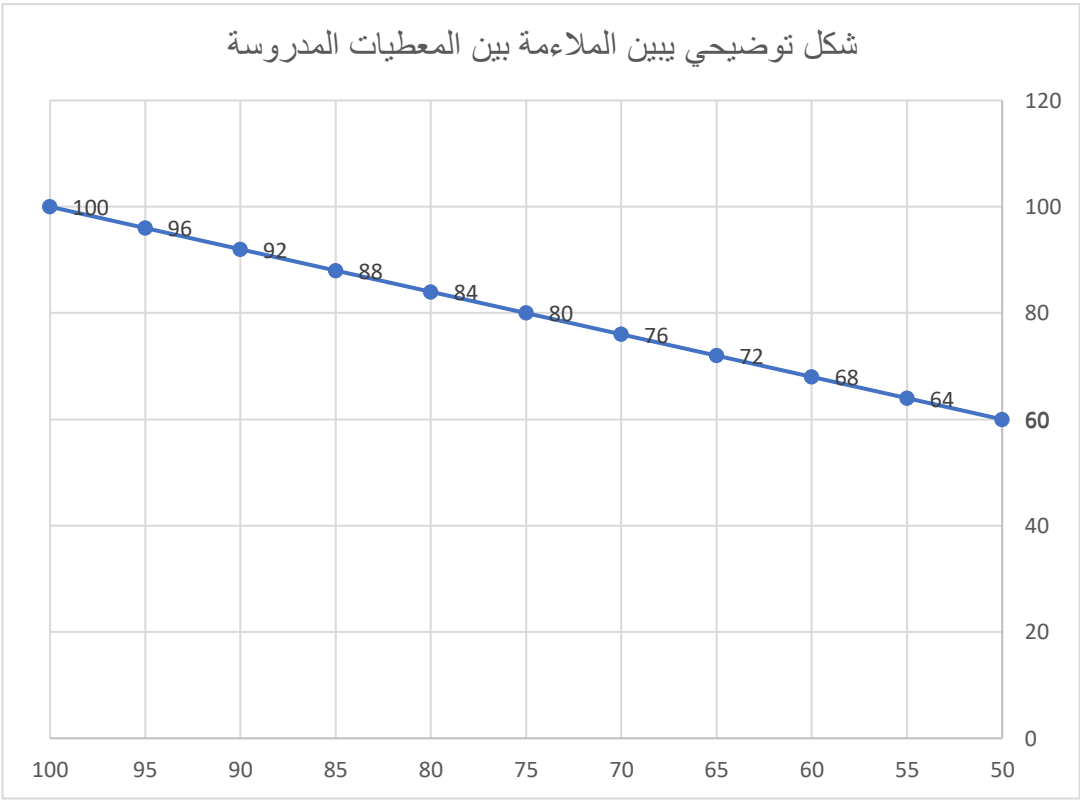
يمكن تقسيم متممتي العلامة إلى مئة في كل نظام إلى أجزاء متساوية بحيث أن عدد أجزاء التقسيم في النظام **60** تساوي عدد أجزاء التقسيم في النظام **50**.

نقسم متممة النظام **60** إلى عشرة أجزاء كل منها **4** أي: $\frac{40}{10}=4$، بينما نقسم متممة النظام **50** إلى عشرة أجزاء أيضا كل منها **5** أي $\frac{50}{10}=5$. يبين الشكل التالي نتيجة تنفيذ ما سبق:

x	**50**	**55**	**60**	**65**	**70**	**75**	**80**	**85**	**90**	**95**	**100**
y	**60**	**64**	**68**	**72**	**76**	**80**	**84**	**88**	**92**	**96**	**100**

الجدول 1. مجموعة المعطيات: شكل توضيحي يبين نتائج تقسيم متممتي النظامين **60** و **50**.

نرسم هذه الأزواج من المعطيات على بيان فنحصل على الشكل التالي:



الشكل 2. رسم توضيحي يبين الملاءمة بين المعطيات في الجدول 1.

من الشكل البياني نحصل فقط على تبصر يوضح شكل العلاقة بين المتغيرين x, y. لإيجاد هذه العلاقة الدقيقة بين المتغيرين x, y بمعادلات جبرية نستخدم ملاءمة منحن. أي، نحاول تشكيل معادلة المنحني المطلوبة من المعطيات التي حصلنا عليها.

لنفرض أن مجموعة البيانات التي حصلنا عليها في الخطوة 1 تأخذ الشكل الموضح في الجدول التالي:

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
x	**50**	**55**	**60**	**65**	**70**	**75**	**80**	**85**	**90**	**95**	**100**
y_i	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}
y	**60**	**64**	**68**	**72**	**76**	**80**	**84**	**88**	**92**	**96**	**100**

الجدول 2. توضيح تفصيلي لمجموعة المعطيات من الجدول 1.

ما نقوم به هو ملاءمة كثيرة حدود من هذه القيم تأخذ الشكل:

$$y = a + bx + cx^2 + ... + kx^n$$

لكن من الشكل **2** نلاحظ أن العلاقة بين قيم x, y هي علاقة خطية و هذا ما سنثبته في الخطوة التالية.

الخطوة 3: ملاءمة معطيات الخطوة **2** باستخدام طريقة نيوتن التقدمية.

في هذه الخطوة نطبق صيغة استيفاء نيوتن التقدمية **(Sastry, 2006, P. 89)** على المعطيات من الخطوة **2** لاستخدامها في اشتقاق المعادلة الرياضية المطلوبة.

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
50	**60**	**4**			
55	**64**	**4**	**0**		
60	**68**	**4**	**0**	**0**	
65	**72**	**4**	**0**	**0**	**0**
70	**76**	**4**	**0**	**0**	**0**
75	**80**	**4**	**0**	**0**	**0**
80	**84**	**4**	**0**	**0**	**0**
85	**88**	**4**	**0**	**0**	**0**
90	**92**	**4**	**0**	**0**	**0**
95	**96**	**4**	**0**	**0**	**0**
100	**100**	**4**	**0**	**0**	**0**

واضح من الجدول أن التقريبات من المرتبة الثانية فما فوق معدومة مما يعني أن النموذج الرياضي الذي يصف البيانات هي معادلة رياضية من الدرجة الأولى و يمكن إيجادها كما يلي:

Applying Newton-Raphson forward difference Method on 50-60 system:

$$P(x) = y_0 + u\Delta y_0 = 60 + u(4) = 60 + (4)\left(\frac{x - x_0}{h}\right)$$

$$= 60 + (4)\left(\frac{x - 50}{5}\right) = \frac{4x}{5} + 20$$

تعطي المعادلة الرياضية الناتجة جميع نقاط الارتكاز الواردة في الجدول من الخطوة **2**، إلا أن ما يهمنا هو أيضا إيجاد معادلة رياضية تعطي جميع قيم العلامات في نظام **60** الموافقة للنظام **50**، أي إذا أعطينا العلامة من **50** و حتى **100** في النظام **50** فيجب أن نحصل على العلامة الموافقة من **60** وحتى **100** في النظام **60**.

وهكذا يمكن تطبيق النموذج الرياضي المعطى بالصيغة التالية:

$$f(x) = \frac{4x}{5} + 20$$

للانتقال من نظام النجاح **50** إلى نظام النجاح **60**، بحيث إذا أعطينا أية علامة في النظام **50** فإننا نحصل على العلامة الموافقة في النظام **60**.

أمثلة عددية توضيحية: بتطبيق النموذج الرياضي الناتج على جميع العلامات وفق نظام **50** بحيث نوجد مقابلاتها وفق نظام النجاح **60** نحصل على:

$$f\left(x\right)=\frac{4x}{5}+20$$

$$x=50\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{4(50)}{5}+20=\frac{200}{5}+20=40+20=60$$

$$x=51\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{4(51)}{5}+20=\frac{204}{5}+20=40.8+20=60.8$$

$$x=53\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{4(53)}{5}+20=\frac{212}{5}+20=42.4+20=62.4$$

$$x=68\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{4(68)}{5}+20=\frac{272}{5}+20=54.4+20=74.4$$

$$x=83\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{4(83)}{5}+20=\frac{332}{5}+20=66.4+20=66.4+20=86.4$$

$$x=100\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{4(100)}{5}+20=\frac{400}{5}+20=80+20=100$$

وهكذا نحصل بتطبيق المعادلة الرياضية $f\left(x\right)=\frac{4x}{5}+20$ على النتائج التالية:

(أجريت جميع الحسابات على حاسوب محمول Core I3 بلغة MATLAB 19b بدقة 10^{-19})

العلامة وفق نظام النجاح 50 $f\left(x_i\right)=\frac{4x_i}{5}+20, i\in\{1,2,...,51\}$ **(نهمل الدليل في الحسابات ونكتفي بذكر القيمة)**	**العلامة وفق نظام النجاح 60** $y_i=f\left(x_i\right)$
$x=50\Rightarrow f\left(x\right)=\frac{4(50)}{5}+20$ =40+20=60	$y=f\left(50\right)=60$
$x=51\Rightarrow f\left(51\right)=\frac{4(51)}{5}+20$ =40.8+20=60.8	$y=f\left(51\right)=60.8$
$x=52\Rightarrow f\left(52\right)=\frac{4(52)}{5}+20$ =41.6+20=61.6	$y=f\left(52\right)=61.6$
$x=53\Rightarrow f\left(53\right)=\frac{4(52)}{5}+20$ =42.4+20=62.4	$y=f\left(53\right)=62.4$
$x=54\Rightarrow f\left(54\right)=\frac{4(54)}{5}+20$ =43.2+20=63.2	$y=f\left(54\right)=63.2$

$x=55\Rightarrow f(55)=\frac{4(55)}{5}+20$ =44+20=64	$y=f(55)=64$
$x=56\Rightarrow f(56)=\frac{4(56)}{5}+20$ =44.8+20=64.8	$y=f(56)=64.8$
$x=57\Rightarrow f(57)=\frac{4(57)}{5}+20$ =45.6+20=65.6	$y=f(57)=65.6$
$x=58\Rightarrow f(58)=\frac{4(58)}{5}+20$ =46.4+20=66.4	$y=f(58)=66.4$
$x=59\Rightarrow f(59)=\frac{4(59)}{5}+20$ =47.2+20=67.2	$y=f(59)=67.2$
$x=60\Rightarrow f(60)=\frac{4(60)}{5}+20$ =48+20=68	$y=f(60)=68$
$x=61\Rightarrow f(61)=\frac{4(61)}{5}+20$ =48.8+20=68.8	$y=f(61)=68.8$
$x=62\Rightarrow f(62)=\frac{4(62)}{5}+20$ =49.6+20=69.6	$y=f(62)=69.6$
$x=63\Rightarrow f(63)=\frac{4(63)}{5}+20$ =50.4+20=70.4	$y=f(63)=70.4$
$x=64\Rightarrow f(64)=\frac{4(64)}{5}+20$ =51.2+20=71.2	$y=f(64)=71.2$
$x=65\Rightarrow f(65)=\frac{4(65)}{5}+20$ =52+20=72	$y=f(65)=72$
$x=66\Rightarrow f(66)=\frac{4(66)}{5}+20$ =52.8+20=72.8	$y=f(66)=72.8$
$x=67\Rightarrow f(67)=\frac{4(67)}{5}+20$ =53.6+20=73.6	$y=f(67)=73.6$
$x=68\Rightarrow f(68)=\frac{4(68)}{5}+20$ =54.4+20=74.4	$y=f(68)=74.4$
$x=69\Rightarrow f(69)=\frac{4(69)}{5}+20$ =55.2+20=75.2	$y=f(69)=75.2$
$x=70\Rightarrow f(70)=\frac{4(70)}{5}+20$ =56+20=76	$y=f(70)=76$

$x=71\Rightarrow f\ (71)=\frac{4(71)}{5}+20$ =56.8+20=76.8	$y=f\ (71)=76.8$
$x=72\Rightarrow f\ (72)=\frac{4(72)}{5}+20$ =57.6+20=77.6	$y=f\ (72)=77.6$
$x=73\Rightarrow f\ (73)=\frac{4(73)}{5}+20$ =58.4+20=78.4	$y=f\ (73)=78.4$
$x=74\Rightarrow f\ (74)=\frac{4(74)}{5}+20$ =59.2+20=79.2	$y=f\ (74)=79.2$
$x=75\Rightarrow f\ (75)=\frac{4(75)}{5}+20$ =60+20=80	$y=f\ (75)=80$
$x=76\Rightarrow f\ (76)=\frac{4(76)}{5}+20$ =60.8+20=80.8	$y=f\ (76)=80.8$
$x=77\Rightarrow f\ (77)=\frac{4(77)}{5}+20$ =61.6+20=81.6	$y=f\ (77)=81.6$
$x=78\Rightarrow f\ (78)=\frac{4(78)}{5}+20$ =62.4+20=82.4	$y=f\ (78)=82.4$
$x=79\Rightarrow f\ (79)=\frac{4(79)}{5}+20$ =63.2+20=83.2	$y=f\ (79)=83.2$
$x=80\Rightarrow f\ (80)=\frac{4(80)}{5}+20$ =64+20=84	$y=f\ (80)=84$
$x=81\Rightarrow f\ (81)=\frac{4(81)}{5}+20$ =64.8+20=84.8	$y=f\ (81)=84.8$
$x=82\Rightarrow f\ (82)=\frac{4(82)}{5}+20$ =65.6+20=85.6	$y=f\ (82)=85.6$
$x=83\Rightarrow f\ (83)=\frac{4(83)}{5}+20$ =66.4+20=86.4	$y=f\ (83)=86.4$
$x=84\Rightarrow f\ (84)=\frac{4(84)}{5}+20$ =67.2+20=87.2	$y=f\ (84)=87.2$
$x=85\Rightarrow f\ (85)=\frac{4(85)}{5}+20$ =60+20=88	$y=f\ (85)=88$
$x=86\Rightarrow f\ (86)=\frac{4(86)}{5}+20$ =68.8+20=88.8	$y=f\ (86)=88.8$

$x=87\Rightarrow f(87)=\frac{4(87)}{5}+20$ =69.6+20=89.6	$y=f(87)=89.6$
$x=88\Rightarrow f(88)=\frac{4(88)}{5}+20$ =70.4+20=90.4	$y=f(88)=90.4$
$x=89\Rightarrow f(89)=\frac{4(89)}{5}+20$ =71.2+20=91.2	$y=f(89)=91.2$
$x=90\Rightarrow f(90)=\frac{4(90)}{5}+20$ =72+20=92	$y=f(90)=92$
$x=91\Rightarrow f(91)=\frac{4(91)}{5}+20$ =72.8+20=92.8	$y=f(91)=92.8$
$x=92\Rightarrow f(92)=\frac{4(92)}{5}+20$ =73.6+20=93.6	$y=f(92)=93.6$
$x=93\Rightarrow f(93)=\frac{4(93)}{5}+20$ =74.4+20=94.4	$y=f(93)=94.4$
$x=94\Rightarrow f(94)=\frac{4(94)}{5}+20$ =75.2+20=95.2	$y=f(94)=95.2$
$x=95\Rightarrow f(95)=\frac{4(95)}{5}+20$ =76+20=96	$y=f(95)=96$
$x=96\Rightarrow f(96)=\frac{4(96)}{5}+20$ =76.8+20=96.8	$y=f(96)=96.8$
$x=97\Rightarrow f(97)=\frac{4(97)}{5}+20$ =77.6+20=97.6	$y=f(97)=97.6$
$x=98\Rightarrow f(98)=\frac{4(98)}{5}+20$ =78.4+20=98.4	$y=f(98)=98.4$
$x=99\Rightarrow f(99)=\frac{4(99)}{5}+20$ =79.2+20=99.2	$y=f(99)=99.2$
$x=100\Rightarrow f(100)=\frac{4(100)}{5}+20$ =80+20=100	$y=f(100)=100$

من الجدول نجد النتائج الهامة التالية:

⊗ **النتيجة الأولى:**

$$y_{i+1} = f\left(x_{i+1}\right) = f\left(x_i\right) + 0.8 = y_i + 0.8, \left(i = 1,2,...,11\right)$$

$$f\left(x\right) = \frac{4x}{5} + 20$$

⊗ **النتيجة الثانية:**

$$\begin{cases} f\left(x_{5i-1}\right) = \left\lfloor \frac{4x_{5i-1}}{5} \right\rfloor + 20 \\ f\left(x_{5i}\right) = \left\lfloor \frac{4x_{5i}}{5} \right\rfloor + 20 \end{cases}, i = 1,2,3,...,10$$

⊗ **النتيجة الثالثة:**

في بقية النقاط (بعد حذف النقاط في النتيجة الثانية)، لدينا:

$$f\left(x\right) = \left\lceil \frac{4x}{5} \right\rceil + 20.$$

بالاستفادة من النتائج الهامة الآنفة الذكر **3−1**، نحصل على العلامات المتقابلة بين نظامي النجاح **60** و **50** التي يمكن تلخيصها في الجدول التالي:

العلامة وفق نظام النجاح 50 $x \in \{50,51,52,53,...,100\}$	**العلامة وفق نظام النجاح 60 وفق النتيجة الثانية أو الثالثة** $y = f\left(x\right) \in \{60,61,...,100\}$
50	$y = f\left(50\right) = 60$
51	$y = f\left(51\right) = 60.8 \approx 61$
52	$y = f\left(52\right) = 61.6 \approx 62$
53	$y = f\left(53\right) = 62.4 \approx 62$
54	$y = f\left(54\right) = 63.2 \approx 63$
55	$y = f\left(55\right) = 64$

56	$y = f(56) = 64.8 \approx 65$
57	$y = f(57) = 65.6 \approx 66$
58	$y = f(58) = 66.4 \approx 66$
59	$y = f(59) = 67.2 \approx 67$
60	$y = f(60) = 68$
61	$y = f(61) = 68.8 \approx 69$
62	$y = f(62) = 69.6 \approx 70$
63	$y = f(63) = 70.4 \approx 70$
64	$y = f(64) = 71.2 \approx 71$
65	$y = f(65) = 72$
66	$y = f(66) = 72.8 \approx 73$
67	$y = f(67) = 73.6 \approx 74$
68	$y = f(68) = 74.4 \approx 74$
69	$y = f(69) = 75.2 \approx 75$
70	$y = f(70) = 76$
71	$y = f(71) = 76.8 \approx 77$
72	$y = f(72) = 77.6 \approx 78$
73	$y = f(73) = 78.4 \approx 78$
74	$y = f(74) = 79.2 \approx 79$
75	$y = f(75) = 80$
76	$y = f(76) = 80.8 \approx 81$
77	$y = f(77) = 81.6 \approx 82$
78	$y = f(78) = 82.4 \approx 82$
79	$y = f(79) = 83.2 \approx 83$
80	$y = f(80) = 84$
81	$y = f(81) = 84.8 \approx 85$
82	$y = f(82) = 85.6 \approx 86$

83	$y = f\ (83) = 86.4 \approx 86$
84	$y = f\ (84) = 87.2 \approx 87$
85	$y = f\ (85) = 88$
86	$y = f\ (86) = 88.8 \approx 89$
87	$y = f\ (87) = 89.6 \approx 90$
88	$y = f\ (88) = 90.4 \approx 90$
89	$y = f\ (89) = 91.2 \approx 91$
90	$y = f\ (90) = 92$
91	$y = f\ (91) = 92.8 \approx 93$
92	$y = f\ (92) = 93.6 \approx 94$
93	$y = f\ (93) = 94.4 \approx 94$
94	$y = f\ (94) = 95.2 \approx 95$
95	$y = f\ (95) = 96$
96	$y = f\ (96) = 96.8 \approx 97$
97	$y = f\ (97) = 97.6 \approx 98$
98	$y = f\ (98) = 98.4 \approx 98$
99	$y = f\ (99) = 99.2 \approx 99$
100	$y = f\ (100) = 100$

3.2. معيار الملاءمة الأفضل (Best Fit Criteria)

عموما، ليست جميع النقاط تقع على مستقيم وحيد بين كل نقطة وملاءمة المستقيم للمعطيات. يعطى الخطأ بالصيغة (**Fahrmeir, Kneib, Lang, and Marx, 2013, P. 39**):

$$e(=\text{error}=\text{residual}) = y - a - bx$$

المعيار الأفضل للملاءمة هو تصغير مجموع مربعات الأخطاء:

$$S_r\left(=\text{sum of the squares of the residuals}\right)=\sum_{i=1}^{n}e_i^2$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-a-bx_i\right)^2$$

تعطي هذه العلاقة مستقيم ملاءمة أفضل لمجموعة معطيات معلومة، وهي تابع لوسيطين، $S_r\left(a,b\right)$.

3.3. جودة الملاءمة (Goodness of Fit)

السؤال الذي نطرحه هنا: إلى أي مدى النموذج الرياضي الناتج يلائم المعطيات. أي، ما هي الطريقة التي نستطيع من خلالها تحديد جودة الملاءمة (**Montgomery, Peck, and Vining, 2012, P. 53**).

نعرف مفهوم انتشار المعطيات حول المتوسط قبل الملاءمة:

$$S_t=\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2$$

إذا اتبعنا الملاءمة، فإن انتشار المعطيات حول مستقيم الملاءمة هو:

$$S_r=\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-a-bx_i\right)^2$$

نعرف مفهوم معامل التحديد:

$$r^2=\left(\text{r-term}=r\text{-}squared=\text{coefficient of determination}\right)\frac{S_t-S_r}{S_t}$$

تكون الملاءمة تامة (perfect) إذا كان:

$$S_r=0\Rightarrow r^2=\frac{S_t-S_r\left(S_r=0\right)}{S_t}=\frac{S_t}{S_t}=1$$

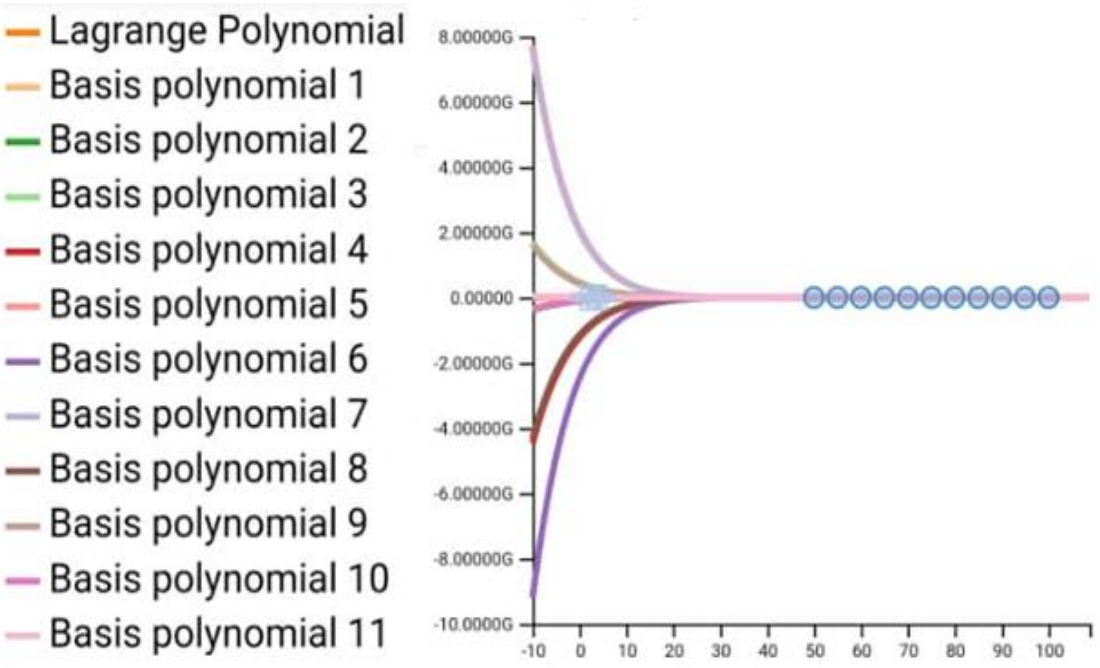
⊗ حساب r^2 من أجل المعطيات المدروسة:

بتطبيق ما سبق على المعطيات في هذه المقالة نحصل على:

$$S_r = 0, S_t = 1760 \Rightarrow r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = \frac{S_t - S_r\,(=0)}{S_t} = \frac{1760}{1760} = 1$$

أي أن الملاءمة تامة (لا توجد انحرافات في المعطيات حول مستقيم الملاءمة).

استنادا إلى النتائج أعلاه يمكن توضيح طريقة الملاءمة بيانيا بحيث نحصل على تبصر حول دقة النموذج الناتج في حل المشكلة المدروسة:



الشكل 3. توضيح دقة النموذج الناتج في حل المشكلة المدروسة.

4. الخاتمة.

قدمنا في هذه المقالة خوارزمية فعالة لاشتقاق معادلة رياضية تمثل معادلة مستقيم تربط بين جميع علامات النظامين **50** و **60** و يمكن تلخيصها في الجدول 3 التالي:

الجدول 3. العلامات المتقابلة بين النظامين 50 و 60 كما هو مبين في الجدول:

النظام 50	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
النظام 60	60	61	62	62	63	64	65	66	66	67	68	69	70	70	71	72
النظام 50	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81
النظام 60	73	74	74	75	76	77	78	78	79	80	81	82	82	83	84	85
النظام 50	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
النظام 60	86	86	87	88	89	90	90	91	92	93	94	94	95	96	97	98
النظام 50	98	99	100													
النظام 60	98	99	100													

هذه النتائج هامة جدا إذ تنصف الطالب وتعطي العلامة المقابلة دون إجحاف يذكر. ننصح بتطبيق هذه النتيجة الهامة في جميع الحالات التي تتطلب الانتقال من و إلى أحد النظامين إلى النظام الآخر.

المراجع

[1] Zielesny, A., 2016, From Curve Fitting to Machine Learning, 2nd Edition, Springer, Germany, 508.

[2] Collins, G. W., **2003, Fundamental Numerical Methods and Data Analysis**, Internet Edition, Case Western Reverse University, George W. Collins, II, 284.

[3] Fahrmeir, L., Kneib, T., Lang, S., and Marx, B., 2013, Regression Models, Methods and Applications, 1st Edition, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany, 713.

[4] Sastry, S. S., 2006, Introductory Methods of Numerical Analysis, 4th Edition, Prentice-Hall, New Delhi, India, 455.

[5] Montgomery, D. C., Peck, E. A. and Vining, G. G., 2012, Introductory To Linear Regression Analysis, 5th Edition, John Wiley & Sons, INC., Hoboken, New Jersey, USA, 679.