

## ميزة الحساب على أساس ثبات المقاومة وأثر اختيار المقطع

### العرضاني على الوفّر في ماده العنصر الانشائي

د. محمد السويد، د. مصطفى طالب، د. عبد الرحمن نوار

كلية الهندسة الميكانيكية، جامعة إدلب

#### الملخص:

يتلخص هذا البحث في دراسة وحساب عنصر إنشائي، وهو عبارة عن جائز موثوق الطرفين بمقطع عرضاني على شكل حرف  $I$ ، طوله  $l = 8(m)$  يتعرض لحمولة موزعة  $q = 8 \left( \frac{kgf}{cm} \right)$ ، وذلك باختيار أبعاد مقطعه العرضاني استناداً إلى أن إجهاد الشد الأعظمي الناتج عن الانعطاف يجب أن يكون أصغر من المسموح به باستعمال جداول المقاطع المعدنية القياسية، ثم اعتماد طول ثابت وسماكة قاعدة وضلع ثابتين أيضاً وتحديد ارتفاع المقطع  $I$  على أساس ثبات المقاومة، أي ألا يتجاوز الإجهاد الناظمي في أية نقطة من نقاط المقاطع العرضانية للجائز إجهاد الشد المسموح به  $[\sigma]$ ، وتحديد كتلة الجائز في كلا الحالتين.

وقد تكررت العملية على فرض أن للجائز مقطع عرضاني مستطيل الشكل بطول قاعده  $b$  يعادل نصف طول قاعدة المقطع  $I$  وارتفاع ثابت على طول الجائز، ثم متغير استناداً إلى شرط ثبات المقاومة على الشد وتحديد كتلة الجائز في الحالتين. حُدد بعد ذلك ارتفاع المقطع  $I$  والمقطع المستطيل الشكل استناداً إلى شرط المتانة على القص، كون أنه هناك مقطعان عرضيان يأخذ عندهما عزم الانعطاف قيما صفرية (أي يكون إجهاد الشد معدوماً)، بينما يكون للجهد القاطع قيماً غير صفرية (أي يكون لإجهاد القص قيما ملموسة) وهو ما يجب مراعاته. وأخيراً مقارنة النتائج لتبيان ميزة الحساب على أساس ثبات المقاومة واختيار المقطع العرضاني من خلال مؤشر الوفّر في مادة العنصر الانشائي.

الكلمات المفتاحية: عنصر إنشائي، عزم الانعطاف، إجهاد الشد، ثبات المقاومة

## **The Advantage of Calculation Based on the Stability of Resistance and the Effect of Cross-section Selection on the Saving in the Material of the Structural Element**

Dr. Muhammed ALSuvaid, Dr. Mustafa Taleb, Dr. Abdulrahman  
Nawwar

**Mechanical Engineering, Idleb University**

**Abstract:**

This research is summarized in the study and calculation of a structural element, which is a reliable permissible for both parties with an I-shaped cross section, length  $l=8(m)$  exposed to a distributed load  $q = 8(\frac{kgf}{cm})$ , by choosing the dimensions of its cross section based on the fact that the maximum tensile stress resulting from cornering must be smaller than allowed using standard metal section tables, Then adopt a fixed length and thickness of a fixed base and side as well and determine the height of the section I on the basis of the stability of the resistance, i.e. the regulatory stress at any of the points of the permissible cross sections does not exceed the permissible tensile stress  $[\sigma]$ , and determine the mass of the permissible in both cases. The process was repeated assuming that the permissible has a rectangular cross section with a base length  $b$  equal to half the length of the base of the section I and a constant height along the permissible length, then a variable based on the condition of constant resistance on tension and determination of the mass of the permissible in both cases. The height of the section I and the rectangular section was then determined based on the durability requirement on the shear, since there are two cross sections at which the cornering torque takes zero values (i.e. the tensile stress is zero), while the cutter voltage has non-zero values (i.e. the shear stress has tangible values), which must be considered. Finally, compare the results to show the advantage of calculation based on the stability of resistance and the selection of cross section through the saving index in the material of the structural element.

**Keywords:** Structural Element, Turning Torque, Tensile Stress, Resistance Stability

**1- مقدمة:**

يُقصد بالحساب على أساس ثبات المقاومة هو تحديد أبعاد العنصر الإنشائي، ومن ثم مساحة مقطعه العرضاني بحيث لا يتجاوز الإجهاد المؤثر عليه القيمة المسموح  $[\sigma]$  في حاله الشد والضغط، و  $[\tau]$  في حاله القص، وذلك تحت تأثير الحمولات الخارجية، ويكون ذلك الحساب ممكناً عندما يكون هناك تغيّر في شدة التحميل على العنصر الإنشائي، سواء كان ذلك، لدى الشد والضغط المحوريين أو لدى الانعطاف والقتل.

**2- خطة البحث:**

سيتناول هذا البحث ميزة الحساب على أساس ثبات المقاومة، وأثر اختيار المقطع العرضاني على الوفرة في مادة عنصر إنشائي، وهو عبارة عن جائز موثوق الطرفين بمقطع عرضاني على شكل حرف  $I$ ، خاضع لحمولة موزعه بانتظام على امتداد طوله، وذلك من خلال إنشاء مخطط توزع عزم الانعطاف والجهد القاص على امتداد الجائز، ومن ثم اختيار المقطع المناسب من الجداول المعملية للمقاطع المتداولة في قطاع الإنشاءات المعدنية، وإعادة الحساب على أساس ثبات المقاومة لمقطعين مختلفين، أحدهما على شكل حرف  $I$  والآخر مستطيل الشكل، وذلك تحت نفس الشروط التحميل.

**3- طريقه البحث**

ينظر للعنصر الإنشائي المذكور على أنه جائز طوله  $l(m)$  موثوق من الطرفين، يخضع لحمولة  $q(kg/m)$  موزعة بانتظام على امتداد طوله، والمطلوب إنشاء مخطط توزع عزم الانعطاف والقوة القاصة على امتداد طوله لهذا الجائز.

**3-1- معادلة عزم الانعطاف والقوة القاصة:**

بما أن الجائز موثوق الطرفين شكل (1-3)، فهو غير مقرر ستاتيكياً وعليه يلزم تطبيق المعادلة التفاضلية لانحنائه والتي هي من المرتبة الرابعة:

$$EI_Z y^{(4)} = q \quad (1-3) \quad \text{الحمولة الموزعة}$$

$$EI_Z y''' = q x + c_1 = \quad (2-3) \quad \text{قوة القص}$$

$$-T$$

$$EI_Z y'' = q \frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2 = \quad (3-3) \quad \text{عزم الانعطاف}$$

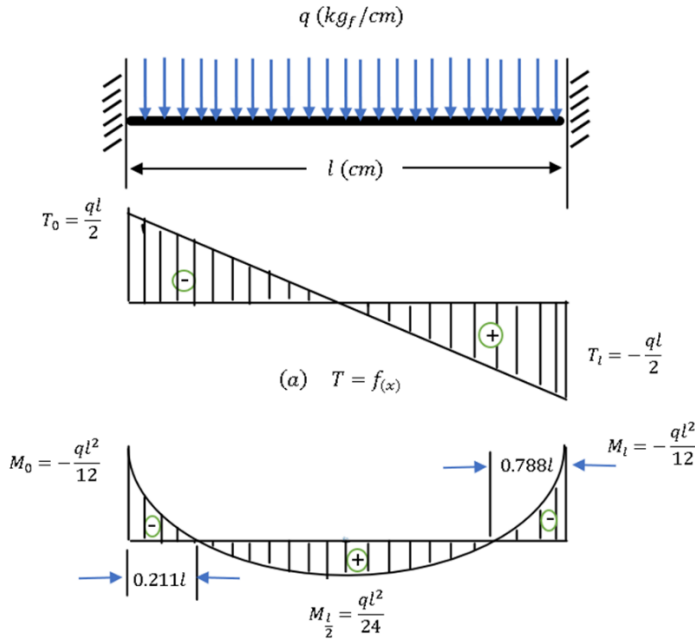
$$-M_b$$

$$EI_Z y' = q \frac{x^3}{6} + c_1 \frac{x^2}{2} + c_2 x + \quad (4-3) \quad \text{زاوية الدوران}$$

$$c_3$$

$$EI_Z y = q \frac{x^4}{24} + c_1 \frac{x^3}{6} + c_2 \frac{x^2}{2} + c_3 x + \quad (5-3) \quad \text{الانتقال}$$

$$c_4$$



الشكل (1-3): المخطط الحسابي للجائز ومخطط الجهد القاطع عزم الانعطاف على امتداد طوله

$$\begin{aligned} & \text{a- مخطط الجهد القاص } T = f_{(x)} \\ & \text{b- مخطط عزم الانعطاف } M_b = f_{(x)} \end{aligned}$$

تحدد ثوابت  $C_1, C_2, C_3, C_4$  من شروط الاستناد وهي:

$$x = 0 \begin{cases} \varphi(x) = 0 \\ y(x) = 0 \end{cases}$$

$$x = l \begin{cases} \varphi(l) = 0 \\ y(l) = 0 \end{cases}$$

بالتعويض في (3-4) و (3-5) نجد أنه:

$$q \frac{l^3}{6} + c_1 \frac{l^2}{2} + c_2 l + c_3 = 0 \quad (6-3)$$

$$q \frac{l^4}{24} + c_1 \frac{l^3}{6} + c_2 \frac{l^2}{2} + c_3 l + c_4 = 0 \quad (7-3)$$

من أجل  $x = 0$  فإن:

$$c_3 = 0$$

$$c_4 = 0$$

وتأخذ المعادلتان (3-6) و (3-7) الشكل التالي:

$$q \frac{l^3}{6} + c_1 \frac{l^2}{2} + c_2 l = 0 \quad (6-3)'$$

$$q \frac{l^4}{24} + c_1 \frac{l^3}{6} + c_2 \frac{l^2}{2} = 0 \quad (7-3)'$$

بحل هاتين المعادلتين حلاً مشتركاً نجد أنه من (6-1) لدينا:

$$c_1 \frac{l^2}{2} = - \left( q \frac{l^3}{6} + c_2 l \right) \rightarrow c_1 = - \frac{2}{l^2} \left( q \frac{l^3}{6} + c_2 l \right) = - \frac{2}{l} \left( q \frac{l^2}{6} + c_2 \right)$$

بالتعويض في (7-3) نجد أن:

$$q \frac{l^4}{24} - \frac{2}{l} \left( q \frac{l^2}{6} + c_2 \right) \frac{l^3}{6} + c_2 \frac{l^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow q \frac{l^3}{24} - \frac{2}{l} \left( q \frac{l^2}{6} + c_2 \right) \frac{l^2}{6} + c_2 \frac{l}{2} = 0$$

$$\Rightarrow c_2 l \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + q l^3 \left( \frac{1}{24} - \frac{1}{18} \right) = 0$$

$$\Rightarrow c_2 l \left( \frac{1}{6} \right) - q l^3 \left( \frac{1}{72} \right) = 0$$

$$\Rightarrow c_2 = \left( \frac{6 q l^2}{72} \right) = \frac{q l^2}{12} \quad (8-3)$$

ومنه:

$$c_1 = - \frac{2}{l} \left( \frac{q l^2}{6} + \frac{q l^2}{12} \right) = - \frac{q l}{2} \quad (9-$$

3)

بتعويض (9-3) في (2-3) نجد أن:

$$-T = q x + c_1 = q \left( x - \frac{l}{2} \right) \Rightarrow$$

$$T = q \left( \frac{l}{2} - x \right) \quad (10-3)$$

بتعويض (8-3) في (3-3) نجد أن:

$$-M_b = q \frac{x^2}{2} - \frac{q l}{2} x + \frac{q l^2}{12} \Rightarrow$$

$$M_b = q \left( \frac{l}{2} x - \frac{x^2}{2} - \frac{l^2}{12} \right) \quad (11-3)$$

باستعمال العلاقة (10-3) نرسم  $T = f(x)$  كما هو مبين بالشكل (b-1-3)،  
وباستعمال العلاقة (11-3) نرسم  $M_b = f(x)$  كما هو مبين بالشكل (c-1-3)،  
إذ يظهر الشكل نقطتي تقاطع لمنحني توزيع عزم الانعطاف مع المحور الإحداثي  
تحدد فاصلتيها كما يلي:

$$M_b = 0 \Rightarrow -\frac{q x^2}{2} + \frac{q l x}{2} - \frac{q l^2}{12} = 0$$

$$-x^2 + l x - \frac{l^2}{6} = 0 \rightarrow$$

$$6x^2 - 6 l x + l^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x_{1,2} = \frac{6l \pm \sqrt{36l^2 - 24l^2}}{12} = \frac{6l \pm \sqrt{12l^2}}{12}$$

$$x_{1,2} = \frac{l}{2} \left( 1 \pm \frac{\sqrt{12}}{6} \right) = \frac{l}{2} \left( 1 \pm \sqrt{\frac{1}{63}} \right) = \frac{0.7887 l}{0.211 l}$$

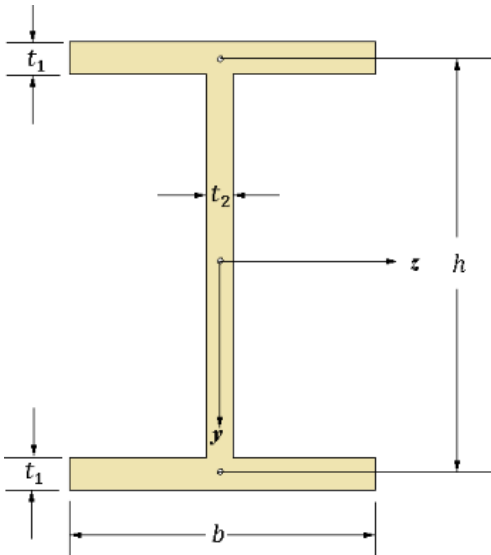
### 3-2- اختيار أبعاد المقطع العرضي استنادا إلى شرط المتانة على الشد

المرتبط على الانعطاف:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{b max}}{W_b} \leq [\sigma] \quad (12-3)$$

حيث أن:

$$M_{b max} = \frac{q^2}{12}$$



$$W_b = \frac{I_z}{\frac{h}{2}} = \frac{2 I_z}{h} \text{ عزم مقاومة المقطع العرضاني}$$

الشكل (2-3) أبعاد المقطع العرضاني على شكل حرف

I

عزم عطالة المقطع العرضاني  $I_z$  وهو يساوي طبقاً للشكل المقابل يساوي:

$$I_z = 2 \times b \times t_1 \left(\frac{h}{2}\right)^2 + \frac{t_2 \times h^3}{12} = \frac{h}{2} \left( b \times t_1 \times h + \frac{t_2 \times h^2}{6} \right) (cm^4)$$

ومنه فإن:

$$W_b = \frac{I_z}{\frac{h}{2}} = b \times t_1 \times h + \frac{t_2 \times h^2}{6} (cm^3)$$

ومن ثم يجري اختيار المقطع العرضاني من الجداول العملية للمقاطع المستعملة في الإنشاءات المعدنية، الذي يتمتع بعزم المقاومة الآتي:

$$b \times t_1 \times h + \frac{t_2 \times h^2}{6} = \frac{M_{b \max}}{[\sigma]} (cm^3) \quad (16-3)$$

3-3- تحديد أبعاد المقطع العرضاني من شرط المتانة على الشد على أساس

ثبات المقاومة، على ألا تتجاوز قيمة إجهاد الشد في أي مقطع من

المقاطع العرضانية للجائز قيمة الإجهاد المسموح به  $[\sigma]$  أي:

$$\sigma(x) = \frac{M_b(x)}{W_b(x)} \leq [\sigma] \quad (17-3)$$

$$\sigma(x) = \frac{q \left( \frac{x^2}{2} - \frac{l x}{2} + \frac{l^2}{12} \right)}{b t_1 h_x + \frac{t_2 h_x^2}{6}} \leq [\sigma] \quad (18-3)$$

$$\Rightarrow \frac{t_2 [\sigma] h_x^2}{6} + b \times t_1 [\sigma] h_x - q \left( \frac{x^2}{2} - \frac{l x}{2} + \frac{l^2}{12} \right) = 0$$



$$\Rightarrow h_x^2 + \frac{6 b t_1}{t_2} h_x - \frac{6 q}{t_2 [\sigma]} \left( \frac{x^2}{2} - \frac{l x}{2} + \frac{l^2}{12} \right) = 0$$

وهي معادلة من الدرجة الثانية بالنسبة لارتفاع المقطع العرضاني  $h_x$  ، والذي هو تابع لبعد المقطع  $x$  عن الوثافة اليمنى، بحل هذه المعادلة نحصل على ارتفاع المقطع العرضاني عند المقطع  $x$ :

$$h_x = \frac{-\frac{6 b t_1}{t_2} \pm \sqrt{\left(\frac{6 b t_1}{t_2}\right)^2 + \frac{24 q}{t_2 [\sigma]} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{l x}{2} + \frac{l^2}{12}\right)}}{2} \quad (19-3)$$

3-4- تحديد أبعاد المقطع العرضاني المستطيل الشكل من شرط المتانة على الشد بسبب الانعطاف:

- على أساس ثبات المقطع:

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= \frac{M b_{max}}{W_b} \leq [\sigma] \Rightarrow \\ W_b &= \frac{M b_{max}}{[\sigma]} \Rightarrow \\ \frac{b h^2}{6} &= \frac{M b_{max}}{[\sigma]} \Rightarrow \\ h &= \sqrt{\frac{6 M b_{max}}{b [\sigma]}} \end{aligned} \quad (20-3)$$

- على أساس ثبات المقاومة:

$$\sigma_{(x)} = \frac{M_{b(x)}}{W_{b(x)}} \leq [\sigma] ; \quad (21-3)$$

$$W_{b(x)} = \frac{I_z}{\frac{h_x}{2}} = \frac{\frac{b \times h_x^3}{12}}{\frac{h_x}{2}} = \frac{b \times h_x^2}{6}$$

إذاً:

$$\frac{q \left( \frac{x^2}{2} - \frac{l x}{2} + \frac{l^2}{12} \right)}{\frac{t_2 \times h_x^2}{6}} \leq [\sigma] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_x = \sqrt{\frac{6 \times q \times \left( \frac{x^2}{2} - \frac{l x}{2} + \frac{l^2}{12} \right)}{b[\sigma]}} \quad (22-3)$$

### 3-5- تحديد أبعاد المقطع العرضاني المستطيل الشكل من شرط المتانة

على القص على اساس ثبات المقاومة

$$\tau_s = k_s \frac{T(x)}{A(x)} = k_s \frac{q \left( \frac{l}{2} - x \right)}{b \times h_x} \leq [\tau] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_x = k_s \frac{q \left( \frac{l}{2} - x \right)}{b [\tau]} \quad (23-3)$$

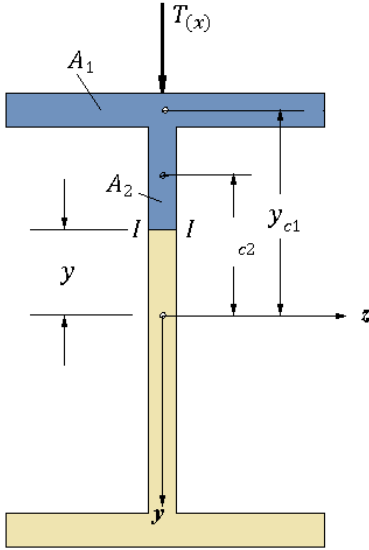
علماً أن:  $k_s = \frac{3}{2}$  هو عامل القص في حالة المقطع العرضاني المستطيل الشكل.

ويحدد عامل القاص بالنسبة للمقطع العرضاني على شكل حرف  $I$  من خلال دراسة توزيع إجهاد القص على امتداد المقطع العرضاني وتحديد قيمه إجهاد القص الأعظمي  $\tau_{max}$  وتقسيمها على إجهاد القص الوسطي  $\tau_{av}$  أي:

$$k_s = \frac{\tau_{max}}{\tau_{av}}$$

لدراسة توزيع إجهاد القص على امتداد المقطع العرضاني، نحدد قيمه إجهاد القص عند مقطع ما وليكن  $I - I$  الواقع على الواقع على مسافة  $y$  من المحور الإحداثي  $Z$  الناتج عن تأثير القوة القاصة والذي تؤثر باتجاه المحور الإحداثي  $y$  والذي يعطى بالعلاقة الآتية:

$$\tau_{xy} = \frac{T(x) \times S_z^*}{t_2 \times I_z} \quad (24-3)$$



$T(x)$  القوى القاصة في المقطع العرضي المحدد بالإحداثي  $x$ .

$S_z^*$  عزم مساحة ذلك الجزء من المقطع

العرضي الواقع فوق المقطع المدروس  $I - I$  الشكل (3-3) والذي يساوي:

$$S_z^* = A_1 \times y_{c1} + A_2 \times y_{c2}$$

$A_1$  - مساحة الشفة العليا

$y_{c1}$  - بعد مركز الشفة العليا عن المحور

الإحداثي  $z$

الشكل (3-3)

$A_2$  - مساحة ذلك الجزء من العصب المحصور بين المقطع  $I - I$  والطرف

السفلي للشفة

$y_{c2}$  - بعد مركز ذلك الجزء عن المحور الإحداثي  $z$ ، علماً أن:

$$A_1 = b \times t_1 \quad (cm^2)$$

$$y_{c1} = \frac{h_x}{2} \quad (cm)$$

$$A_2 = t_2 \left[ \left( \frac{h_x - t_1}{2} \right) - y \right] \quad (cm^2)$$

$$y_{c2} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{h_x - t_1}{2} \right) + y \right] \quad (cm)$$

$$\Rightarrow S_z^* = \frac{b \times t_1 \times h_x}{2} + \frac{1}{2} t_2 \left[ \left( \frac{h_x - t_1}{2} \right)^2 - y^2 \right] \quad (25-3)$$

بتعويض (3 - 25) في (3 - 24) نجد أن:

$$\tau_{xy} = \frac{T(x)}{2 \times t_2 \times I_z} \left[ b \times t_1 \times h_x + t_2 \left[ \left( \frac{h_x - t_1}{2} \right)^2 - y^2 \right] \right]$$

والذي يأخذ أعظم قيمة له من اجل  $y = 0$  ، أي عند النقاط الواقعة على المحور الإحداثي Z ومن ثم فإن:

$$\tau_{max} = \frac{T(x)}{2 \times t_2 \times I_z} \left[ b \times t_1 \times h_x + t_2 \left( \frac{h_x - t_1}{2} \right)^2 \right]$$

أما إجهاد القص الوسطي فهو حاصل قسمه قوه القص على مساحة المقطع فهو:

$$\tau_{av} = \frac{T(x)}{A_x} = \frac{T(x)}{2 \times b \times t_1 + t_2 \times h_x}$$

ومن ثم فإن:

$$k_s = \frac{\frac{T(x)}{2 t_2 I_z} \left[ b \times t_1 \times h_x + t_2 \left( \frac{h_x - t_1}{2} \right)^2 \right]}{\frac{T(x)}{2 \times b \times t_1 + t_2 \times h_x}}$$

$$k_s = \frac{(2 \times b \times t_1 + t_2 \times h_x) \left[ b \times t_1 \times h_x + t_2 \left( \frac{h_x - t_1}{2} \right)^2 \right]}{2 \times t_2 \times I_{z(x)}}$$

وباعتبار أن:

$$I_z = 2 \times b \times t_1 \left( \frac{h_x}{2} \right)^2 + \frac{t_2 \times h_x^3}{12}$$

نجد أن:

$$k_s^* = \frac{(2 \times b \times t_1 + t_2 \times h_x) \left[ b \times t_1 \times h_x + t_2 \left( \frac{h_x - t_1}{2} \right)^2 \right]}{2 \times t_2 \left[ 2 \times b \times t_1 \left( \frac{h_x}{2} \right)^2 + \frac{t_2 \times h_x^3}{12} \right]} \quad (26-3)$$

\* ملاحظه تحدد قيمة  $k_s$  عند قيمة محددة لـ  $h_x$  محسوبة بالعلاقة (3-3).

الآن بعد معرفة قيمة  $k_s$  للمقطع العرضاني بشكل حرف  $I$  نحدد ارتفاعه من العلاقة (1-5) والتي تأخذ الشكل الآتي:

$$k_s \frac{q \left( \frac{l}{2} - x \right)}{t_2 \times h_x} \leq [\tau]$$

$$h_x = \frac{k_s \times q}{t_2 \times [\tau]} \left( \frac{l}{2} - x \right) \quad (27-3)$$

وذلك على فرض أن العصب الذي سماكته  $t_2$  وارتفاعه  $h_x$  يتلقى القوة القاصة كاملة [2].

#### 4- الحسابات والنتائج:

تجرى الحسابات لجائز موثوق الطرفين بمقطع عرضاني على شكل حرف  $I$  شكل (2-3) بالمعطيات التالية:

$q$ $\left( \frac{kg_f}{cm} \right)$	$l$ (m)	$[\sigma]$ $\left( \frac{kg_f}{cm^2} \right)$	$[\tau]$ $\left( \frac{kg_f}{cm^2} \right)$	$h$ (cm)	$b$ (cm)	$t_1$ (cm)	$t_2$ (cm)
8	8	1200	$0.6[\sigma]$	Account subject			

وتعاد الحسابات لنفس الجائز لحالة كون مقطعه العرضاني مستطيل الشكل بطول قاعدة  $b$  يعادل نصف طول قاعدة المقطع  $I$  للمقارنة وفق الخطوات الآتية:

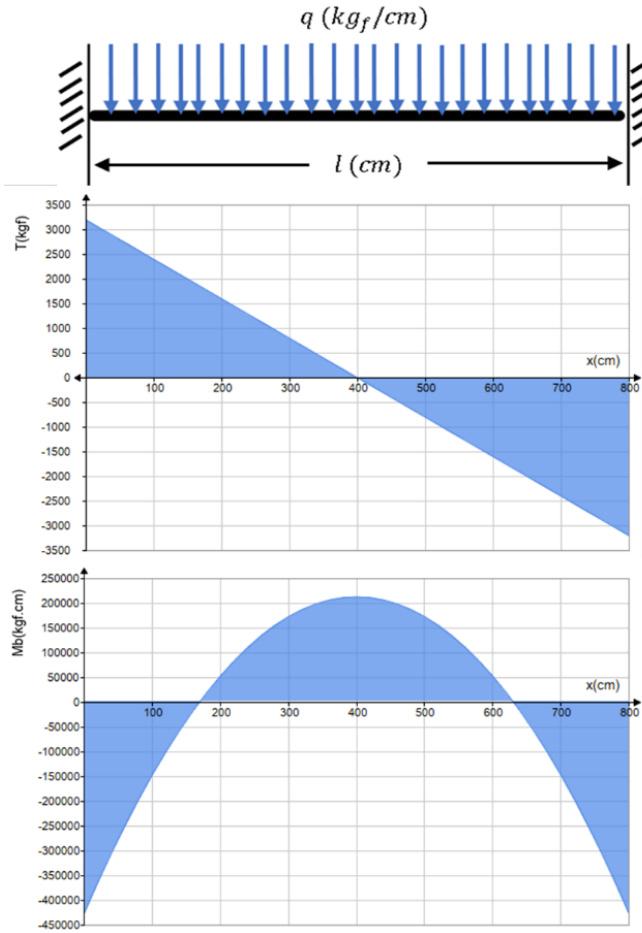
4-1- تحديد قيم الجهد القاطع باستعمال العلاقة (3 - 10) وعزم

الانعطاف باستعمال العلاقة (3 - 11) على امتداد طول الجائز بفاصل

20 (cm).

الجدول (1-4) قيم الجهد القاطع وعزم الانعطاف على امتداد طول الجائز.

$x$ (cm)	$T(x)$ (kg <sub>f</sub> )	$M_b(x)$ (kg <sub>f</sub> · cm)	$x$ (cm)	$T(x)$ (kg <sub>f</sub> )	$M_b(x)$ (kg <sub>f</sub> · cm)
0	3200	$-4.267 \times 10^5$	420	-160	$2.117 \times 10^5$
20	3040	$-3.643 \times 10^5$	440	-320	$2.069 \times 10^5$
40	2880	$-3.051 \times 10^5$	460	-480	$1.989 \times 10^5$
60	2720	$-2.491 \times 10^5$	480	-640	$1.877 \times 10^5$
80	2560	$-1.963 \times 10^5$	500	-800	$1.733 \times 10^5$
100	2400	$-1.467 \times 10^5$	520	-960	$1.557 \times 10^5$
120	2240	$-1.003 \times 10^5$	540	-1120	$1.349 \times 10^5$
140	2080	$-5.707 \times 10^4$	560	-1280	$1.109 \times 10^5$
160	1920	$-1.707 \times 10^4$	580	-1440	$8.373 \times 10^4$
180	1760	$1.973 \times 10^4$	600	-1600	$5.333 \times 10^4$
200	1600	$5.333 \times 10^4$	620	-1760	$1.973 \times 10^4$
220	1440	$8.373 \times 10^4$	640	-1920	$-1.707 \times 10^4$
240	1280	$1.109 \times 10^5$	660	-2080	$-5.707 \times 10^4$
260	1120	$1.349 \times 10^5$	680	-2240	$-1.003 \times 10^5$
280	960	$1.557 \times 10^5$	700	-2400	$-1.467 \times 10^5$
300	800	$1.733 \times 10^5$	720	-2560	$-1.963 \times 10^5$
320	640	$1.877 \times 10^5$	740	-2720	$-2.491 \times 10^5$
340	480	$1.989 \times 10^5$	760	-2880	$-3.051 \times 10^5$
360	320	$2.069 \times 10^5$	780	-3040	$-3.643 \times 10^5$
380	160	$2.117 \times 10^5$	800	-3200	$-4.267 \times 10^5$
400	0	$2.133 \times 10^5$			



الشكل (1-4) مخطط الجهد القاطع وعزم الانعطاف على امتداد طول الجانز.

4-2- تحديد عزم مقاومة المقطع العرضاني الذي له شكل حرف I الثابت المقطع من العلاقة (3-12)، واختيار المقطع المناسب من الجداول القياسية [2]، وتحديد كتلته:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{b \max}}{W_b} \leq [\sigma] \Rightarrow$$

$$W_b \geq \frac{[M_{b \max}]}{[\sigma]} = \frac{[M_b(0)]}{[\sigma]} = \frac{4.267 \cdot 10^5}{1200} = 355.556 (cm^3)$$

وأقرب قيمة جدولية لهذه القيمة الحسابية يؤمنها المقطع الذي يحمل الرمز  $254 \times 146$ ، بالأبعاد التالية:  $t_1 = 0.86(cm)$ ,  $b = 14.6(cm)$ ،  $t_2 = 0.61(cm)$ ,  $h = 25.15 - t_1$  ومساحة  $A = 2 \times t_1 \times b + h \times t_2 = 39.94(cm^2)$  وعزم عطالة حول المحور z:

$$I_z = 2 \times t_1 \times b \times \left(\frac{h}{2}\right)^2 + t_2 \times \frac{h^3}{12} = 4.435 \times 10^3(cm^4)$$

كتلة واحدة الأطوال من العنصر هي:

$$\mu = A \times \gamma \times 1 = 39.94 \times 0.00785 \times 1 = 0.314(kg/cm)$$

وكتلة العنصر الإنشائي ككل هي:

$$m = \int_0^l \mu dx = \int_0^{800} 0.314 dx = 250.862(kg)$$

4-3- نبقى على قيمه ثابتته لكل من  $t_1, t_2, b$  ونحدد قيم ارتفاع المقطع

العرضاني  $I$ ، كتابع للإحداثي  $x$  من العلاقة (3-19) (على أساس

ثبات المقاومة)، ونرسم توزيع  $h_x$  على طول العنصر الإنشائي.

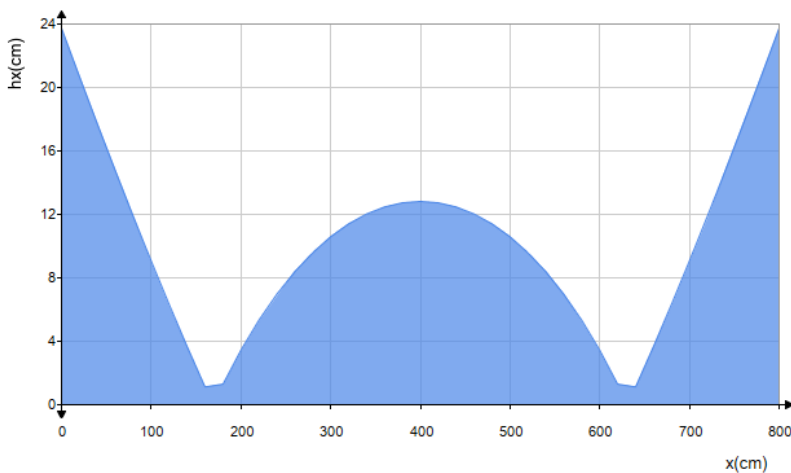
الجدول (4-2) قيم ارتفاع المقطع العرضاني  $h_x$  للمقطع  $I$  محددة على أساس ثبات المقاومة على

الشد نتيجة للانعطاف

$x$ (cm)	$h(x)$ (cm)	$x$ (cm)	$h(x)$ (cm)
0	23.738	420	12.731
20	20.694	440	12.467
40	17.966	460	12.024
60	14.757	480	11.4
80	11.876	500	10.589
100	9.063	520	9.585
120	6.326	540	8.381
140	3.676	560	6.965



160	1.122	580	5.324
180	1.295	600	3.441
200	3.441	620	1.295
220	5.324	640	1.122
240	6.965	660	3.676
260	8.381	680	6.326
280	9.585	700	9.063
300	10.589	720	11.876
320	11.4	740	14.757
340	12.024	760	17.966
360	12.467	780	20.694
380	12.731	800	23.738
400	12.891		



الشكل (2-4) تغير ارتفاع المقطع العرضي  $I$  على امتداد العنصر الإنشائي بناء على شرط ثبات المقاومة على الشد نتيجة للانعطاف.

كتلة واحدة الأطوال من العنصر هي:

$$\mu_x = A_x \times \gamma \times 1 = (kg/cm)$$

$$A_x = 2 \times t_1 \times b + t_2 \times h_x$$

وكتلة العنصر الانشائي ككل هي:

$$m = \int_0^l (2 \times t_1 \times b + t_2 \times h_x) \times \gamma dx$$

$$= \int_0^{800} (2 \times t_1 \times b + t_2 \times h_x) \times \gamma dx = 195.592 (kg)$$

4-4- نفرض أن للجائز مقطع عرضاني مستطيل الشكل طول قاعدته يعادل

نصف طول قاعدة  $I$  ونحدد ارتفاعه ووزنه في الحالتين التاليتين:

- على أساس ثبات المقطع العرضاني باستعمال العلاقة (3-20) فنجد أن:

$$h = \sqrt{\frac{6 \times 4.267 \times 10^4}{\frac{14.61}{2} \times 1200}} = 17.089 (cm)$$

ومساحته:

$$A = \frac{b}{2} \times h = \frac{14.61}{2} \times 17.089 = 124.836 (cm^2)$$

كتلة واحدة الأطوال منه هي:

$$\mu = A\gamma_1 = 124.836 \times 0.00785 = 0.97996 (kg/cm)$$

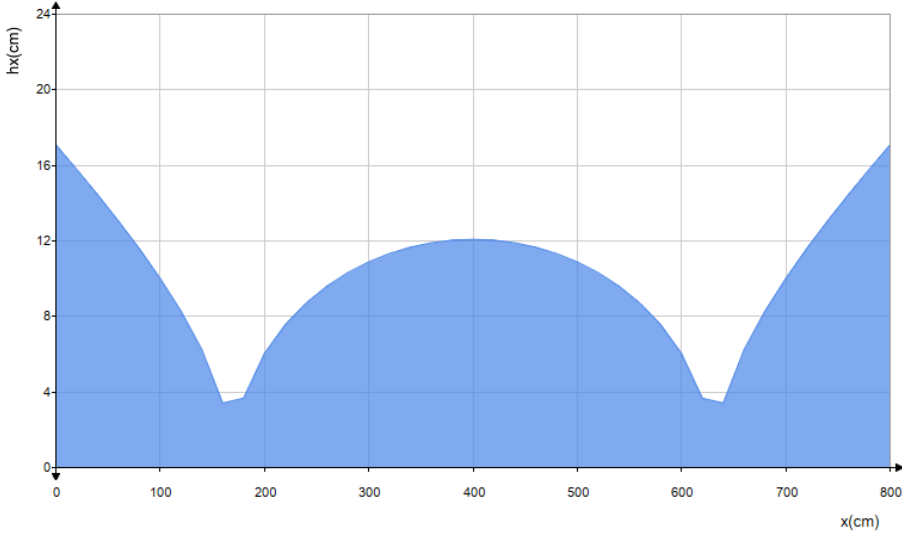
وكتلة إجمالية:

$$m = \mu \times l = 0.97996 \times 800 = 783.969 (kg)$$

- على أساس ثبات المقطع المقاومة باستعمال العلاقة (3-22) فنجد أن:

الجدول (3-4) قيم ارتفاع المقطع العرضاني  $h_x$  المستطيل الشكل محددة على أساس ثبات المقاومة على الشد نتيجة للانعطاف

$x$ (cm)	$h(x)$ (cm)	$x$ (cm)	$h(x)$ (cm)
0	17.089	420	12.038
20	15.79	440	11.901
40	14.45	460	11.669
60	13.057	480	11.336
80	11.59	500	10.892
100	10.019	520	10.324
120	8.284	540	9.61
140	6.250	560	8.714
160	3.418	580	7.570
180	3.675	600	6.042
200	6.042	620	3.675
220	7.570	640	3.418
240	8.714	660	6.250
260	9.61	680	8.284
280	10.324	700	10.019
300	10.892	720	11.59
320	11.336	740	13.057
340	11.669	760	14.45
360	11.901	780	15.79
380	12.038	800	17.089
400	12.084		



الشكل (3-4) تغير ارتفاع المقطع العرضي على امتداد العنصر الإنشائي بناء على شرط ثبات المقاومة على الشد نتيجة للانعطاف.

كتلة العنصر الإنشائي كلياً في هذه الحالة هي:

$$m = \int_0^l A_x \times \gamma dx = \int_0^{800} \frac{b}{2} \times h_x \times \gamma dx == 495.935 (kg)$$

4-5- تحديد قيمه  $k_x$  للمقطع على شكل حرف I من العلاقة (3-26)، وذلك من أجل قيمة محدد لـ  $h_x$  محسوبة من العلاقة (3-19)، عند الوثاقة إذ تكون قوه القص أعظمية وإجهاد الانعطاف أعظمي كذلك.

$$k_s = \frac{(2 \times b \times t_1 + t_2 \times h) \cdot \left( b \times t_1 \times h + t_2 \left( \frac{h}{2} \right)^2 \right)}{2 \times t_2 \times I_z}$$

$$= \frac{(2 \times 24.29 \times 0.86 + 0.61 \times 24.29) \cdot \left( 14.61 \times 0.86 \times 24.29 + 0.61 \times \left( \frac{24.29}{2} \right)^2 \right)}{2 \times 0.61 \times 4.435 \times 10^3}$$

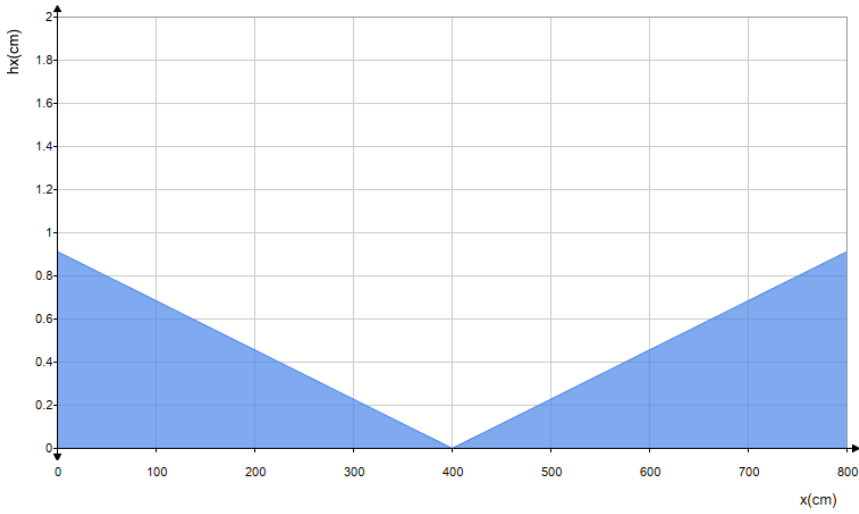
$$= 2.917$$

4-6- تحديد ارتفاع المقطع المستطيل الشكل كتابع للإحداثي  $x$  استنادا

لشرط المتانة على القص باستعمال العلاقة (3-23)

الجدول (4-4) قيم ارتفاع المقطع العرضي  $h_x$  للمقطع  $I$  محددة بناء على المتانة على القص.

$x$ (cm)	$h(x)$ (cm)	$x$ (cm)	$h(x)$ (cm)
0	0.913	420	0.046
20	0.867	440	0.019
40	0.821	460	0.137
60	0.776	480	0.183
80	0.73	500	0.228
100	0.684	520	0.274
120	0.639	540	0.319
140	0.593	560	0.365
160	0.549	580	0.411
180	0.502	600	0.456
200	0.456	620	0.502
220	0.411	640	0.549
240	0.365	660	0.593
260	0.319	680	0.639
280	0.274	700	0.684
300	0.228	720	0.73
320	0.183	740	0.776
340	0.137	760	0.821
360	0.019	780	0.867
380	0.046	800	0.913
400	0		



الشكل (4-4) تغير ارتفاع المقطع العرضي، المستطيل الشكل، على امتداد العنصر الإنشائي بناء على المتانة على القص.

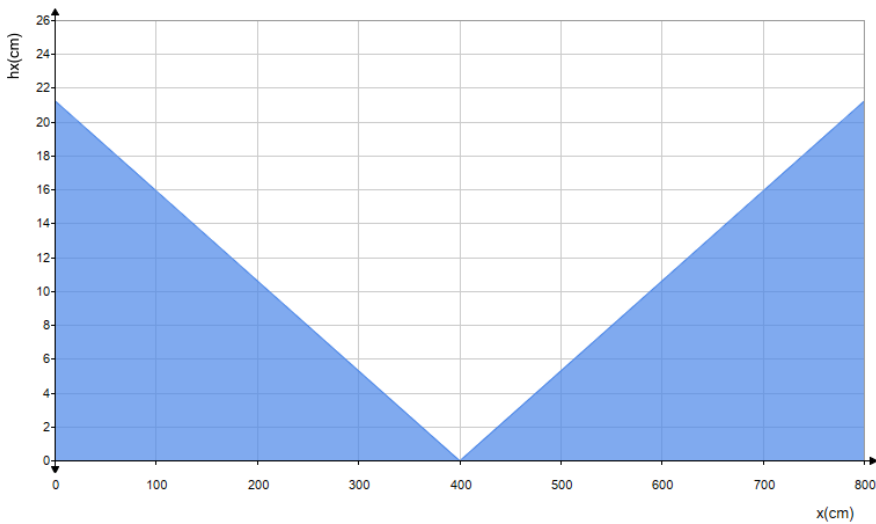
#### 4-7- تحديد ارتفاع المقطع على شكل حرف $I$ كتابع للإحداثي $x$ استناداً

لشروط المتانة على القص باستعمال العلاقة (3-27) .

الجدول (5-4) قيم ارتفاع المقطع العرضي  $h_x$  للمقطع  $I$  محددة بناء على المتانة على القص.

$x$ (cm)	$h(x)$ (cm)	$x$ (cm)	$h(x)$ (cm)
0	21.256	420	1.063
20	20.193	440	2.126
40	19.131	460	3.188
60	18.063	480	4.251
80	17.005	500	5.314
100	15.942	520	6.377
120	14.979	540	7.440
140	13.816	560	8.502
160	12.754	580	9.555
180	11.691	600	10.625
200	10.625	620	11.691

220	9.555	640	12.754
240	8.502	660	13.816
260	7.440	680	14.979
280	6.377	700	15.942
300	5.314	720	17.005
320	4.251	740	18.063
340	3.188	760	19.131
360	2.126	780	20.193
380	1.063	800	21.256
400	0		



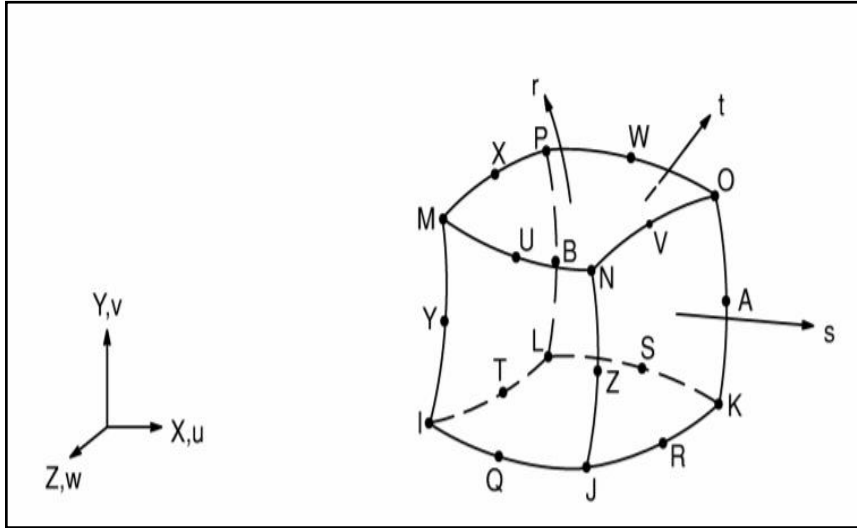
الشكل (4-5) تغير ارتفاع المقطع العرضي، على شكل حرف ا، على امتداد العنصر الإنشائي بناء على المتانة على القص.

### 5- النمذجة العددية للجائز ذو المقطع ا:

تمت نمذجة الجائز ذي المقطع المبين بالشكل (2-3) وفق الأبعاد المبينة بالجدول (4-3) باستعمال برنامج ANSYS Workbench وفي حالة ثبات المقطع. العنصر المستعمل في النمذجة Quadratic high quality، وهو عنصر

صلب (Solid186) مكون من عشرين عقدة ثلاثي الأبعاد عالي المستوى يعرض سلوك إزاحة تربيعية، إذ تمتلك كل عقدة ثلاث درجات الحرية في الاتجاهات  $x$  و  $y$  و  $z$ ، كما هو مبين بالشكل (4-6)، وحجم العنصر (Element Size) المعتمد في التقطيع (Mesh) هو 16 mm. كما تم تفعيل الخيار Large Deflection من قائمة Analysis Settings.

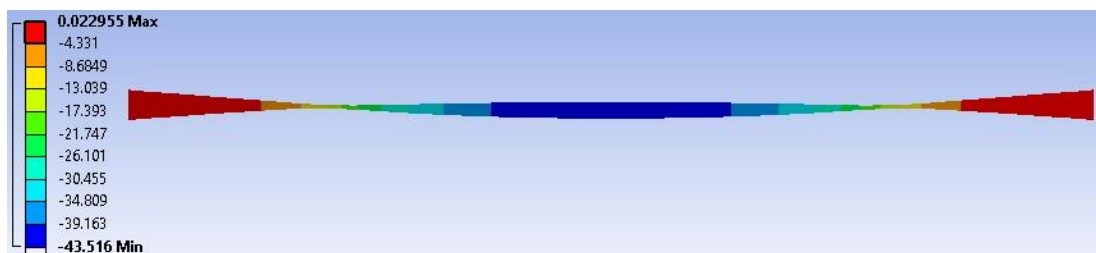
الشروط الحدية المعتمدة في كلا الحالتين وثيقة من الطرفين، كما اعتمدت نفس القوة المطبقة على السطح العلوي للجائزين وقيمتها 62784 N، بالإضافة إلى الوزن الذاتي لكل جائز.



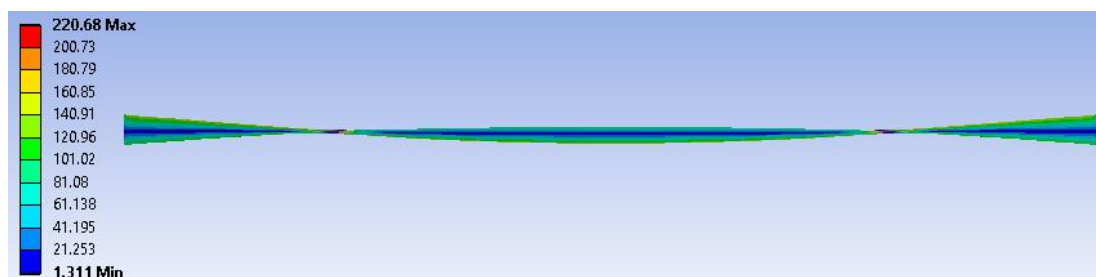
الشكل (4-6) العنصر Solid 186

يبين الشكل (4-7) شكل وقيم التدلي للجائز متغير المقطع باتجاه تطبيق القوة Directional Deformation، كما يبين الشكل (4-8) قيم الإجهاد المكافئ Equivalent (Von-Mises) Stress، كما يبين الشكلان (4-9) و (4-10) القيم السابقة للجائز ثابت المقطع.

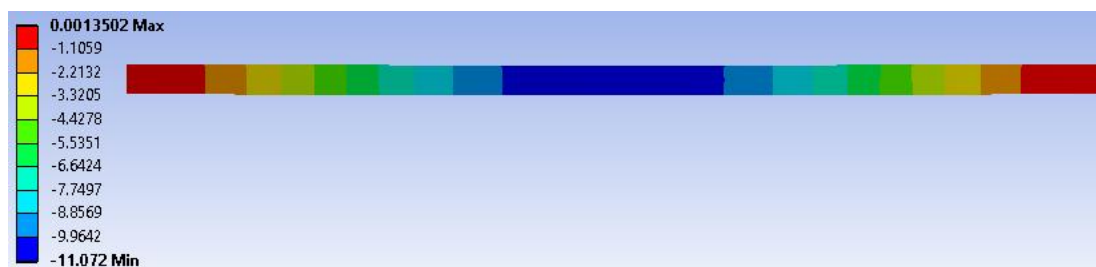




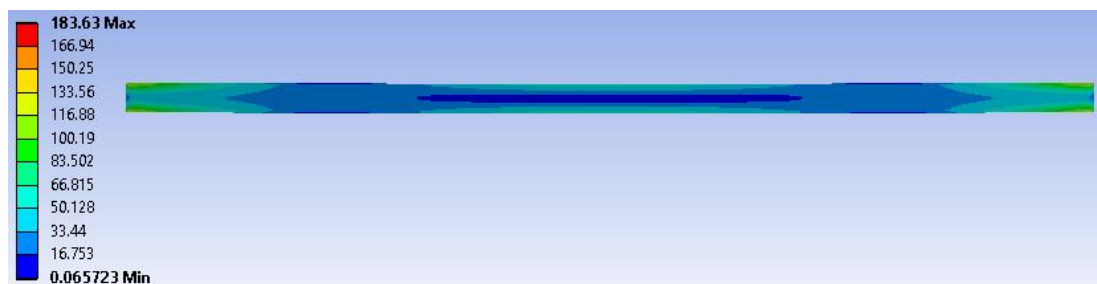
الشكل (7-4) قيم التمدد للتدلي للجائز متغير المقطع Directional Deformation



الشكل (8-4) قيم الإجهاد المكافئ للجائز متغير المقطع Equivalent (Von-Mises) Stress



الشكل (9-4) قيم التمدد للتدلي للجائز ثابت المقطع Directional Deformation



الشكل (10-4) قيم الإجهاد المكافئ للجائز ثابت المقطع Equivalent (Von-Mises) Stress

يبين الجدول (4-6) مقارنة بين الجائزين من حيث الكتلة مع قيمة الوفر بينهما وذلك باعتماد المادة لهما الفولاذ الإنشائي Structural Steel ذو الكتلة النوعية  $\rho = 7850 \text{ kg}$ .

الجدول (4-6) مقارنة بين الجائزين من حيث الكتلة

الجائز ثابت المقطع	250.86 kg
الجائز متغير المقطع	192.12 kg
الوفر $\Delta m = 58.74 \text{ kg}$	$\frac{250.86 - 192.12}{250.86} \times 100 = 23.4\%$

#### 6- مناقشة النتائج: تشير نتائج الحسابات إلى:

1- أن الحساب على أساس ثبات المقاومة يؤمن وفراً في مادة العنصر الإنشائي قدره  $23.4\% = \frac{250.862 - 192.12}{250.862}$  بالنسبة للمقطع على شكل حرف  $I$ ، و  $41.3\% = \frac{783.969 - 459.935}{783.969}$  بالنسبة للمقطع المستطيل الشكل.

2- أفضلية المقطع الذي له شكل الحرف  $I$  على المقطع العرضاني المستطيل الشكل، تحت نفس شروط التحميل، ذلك لأن كتلة العنصر الإنشائي  $I$  أخف بمقدار  $2.352 = \frac{459.935}{195.592}$  مرتين وثلاث على أقل تقدير.

3- يعطي الحساب على أساس المتانة على القص، بالنسبة للمقطع على شكل حرف  $I$ ، قيمة ملحوظة لارتفاع المقطع العرضاني  $h = 12.286(\text{cm})$  ، وذلك في النقطتين اللتين تعطيان قيمة صفرية للارتفاع لدى الحساب على أساس ثبات المقاومة، وهو ما يجب أخذه بعين الاعتبار، أما بالنسبة للمقطع المستطيل الشكل، فإن الحساب على أساس المتانة على القص لا يقدم فارقاً يذكر.

7- المقترحات: تعرف صلابة العنصر الإنشائي بأنها مقلوب تشوهه بفعل الحمولة المطبقة، أي مقلوب سهم إنحناء الجائز في حالتنا، حسب العلاقة (3-5)، والذي يتوقف على الجداء  $EI_z$  المسمى بصلابة الجائز على الانعطاف، والمتعلق بدوره بشكل وأبعاد المقطع العرضاني للجائز، ونظراً إلى أنه طبقاً للحساب على ثبات المقاومة يتغير ارتفاع المقطع العرضاني، فإنه لا بد من إعادة حساب سهم الانحناء على هذا الأساس ومقارنته بالانحناء المسموح  $[y]$  به تبعاً لأهمية العنصر الإنشائي، الأمر الذي يستحق أن يفرد له بحثاً مستقلاً.

## المراجع العلمية:

### العربية:

- 1 - د. عبد العليم الديب، مقاومة المواد (1)، منشورات جامعة حلب، كلية الهندسة المدنية 2015، ص 32-40.
- 2 - د. محمد نظمي زرنبي، مقاومة المواد، منشورات جامعة حلب، كلية الهندسة الميكانيكية 1997، ص 9.
- 3 - د. غسان سلوم، مقاومة المواد (1)، منشورات جامعة حلب، كلية الهندسة المدنية 1982، ص 37.

### الأجنبية:

- 4 – пособие к решению задач по сопротивлению материалов, И.Н. Миролубов и другие, издательство (Высшая школа) Москва, 1977 стр. 150.
- 5 – DIN- 17100 – 1980, Mechanical and technological properties of the steel in the as-delivered condition and/or condition of treatment according to section 8.4.1.
- 6 - James H. Allen III 2016: Using Mohr' s Circle to Find Principal Stresses and Angels.
- 7- [Structural Integrity No.12] Jourge Luis Gozalez- Velazquez- Mechanical Behavior and Fracture of Engineering Materials (2020, Springer) [10.1007-978-3-030-29241-6]- libgen.li.pdf.
- 8 - David Dye (2013), pp. 12-18; MSE: Mechanical Behavior, Continuum Mechanics (Stress Tensors),. <http://dyedavid>) and at [http://learn.imperial.ac.uk\(Com/mse203](http://learn.imperial.ac.uk(Com/mse203).